

第2回 スー1★GP
模範解答



主催：北九州市教育委員会

問題1（配点2点）

$$\boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{3} \times \boxed{5} \times \boxed{13}$$

※順番は問わない

問題2（配点2点）

$$\boxed{44} \circ$$

問題3（配点1+2点）

$$(1) \boxed{2025} \quad (2) \boxed{1000}$$

問題4（配点2点）

$$\boxed{7}$$

問題5（配点2点）

$$x = \boxed{-\frac{13}{3}}, \quad y = \boxed{\frac{11}{3}}$$

問題6（配点2点）

$$2025 / \boxed{9} / \boxed{25} = \boxed{9}$$

問題7（配点2点）

$$\boxed{100} \text{ 本}$$

問題8（配点3点）

$$\frac{1}{\boxed{1} \boxed{4}} + \frac{1}{\boxed{3} \boxed{5}} = \frac{1}{10} \quad ※ 14 と 35 が逆でもよい$$

問題9（配点3点）

$$SHU = \boxed{957}$$

問題10（配点3点）

$$\boxed{19, 24, 49, 99}$$

問題11（配点3点）

$$\boxed{694} \quad \text{通り}$$

問題12（配点3点）

$$\boxed{216} \quad \text{cm}^3$$

問題13（配点4点）

※積が最小になる解答の例

1	6	20	8	3	5
12	5	2	1	20	6
10	4	3	15	2	4

第2回 スー1★ GP



模範解答

主催：北九州市教育委員会

問題 14 (配点4点)

(解1)

GH, GI と BC の交点をそれぞれ P, Q とし, その中点を M とする. $PQ = t$ とおく. 三角形 GPQ は正三角形であるから $GQ = t$ であり, GQ と EC は平行なので, $DQ : DC = GQ : EC = t : 1$ である. これと $DC = 3$ より $DQ = 3t$, よって $CM = CD - DQ + QM = 3 - 3t + \frac{1}{2}t = 3 - \frac{5}{2}t$ が成り立つ. 一方, M は BC の中点でもあるから $CM = 2$ であり, $2 = 3 - \frac{5}{2}t$ より $t = \frac{2}{5}$ が得られる. これより, $CP = CM + MP = 2 + \frac{1}{2}t = \frac{11}{5}$ である.

GH と AC の交点を R とおくと, $HR = GP = \frac{2}{5}$, $PR = PC = \frac{11}{5}$ であるから, $GH = PR - HR - GP = \frac{11}{5} - \frac{2}{5} - \frac{2}{5} = \frac{7}{5}$ であり, これが求める長さである.

(解2)

CE と GI は平行なので, $\angle CED = \angle EGI$ である. これより

$$\begin{aligned}\angle CDE &= 180^\circ - \angle DCE - \angle CED = 180^\circ - 60^\circ - \angle EGI \\ &= 120^\circ - (\angle EGH + \angle HGI) = 60^\circ - \angle HGI\end{aligned}$$

であり, $\angle CDE$ と $\angle HGI$ の和は 60° である. これと $\angle ECD = \angle HEG = 60^\circ$ より, 三角形 GHE を相似拡大して三角形 CDE とつなげると一辺の長さが3の正三角形になることが分かる. このとき, GE は正三角形の一辺に対応し, HE は正三角形の一辺から CE を引いたものに対応するので $GE : HE = 3 : 2$, これより $DG : GE = 2 : 3$ が分かる.

三角形 AFE, BDF, CED の面積は三角形 ABC の $\frac{3}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{16}$ 倍であるから, 三角形 DEF の面積は三角形 ABC の $1 - 3 \times \frac{3}{16} = \frac{7}{16}$ 倍である. 同様に, 三角形 DGI, EHG, FIH の面積は三角形 DEF の $\frac{2}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{25}$ 倍であるから, 三角形 GHI の面積は三角形 DEF の $1 - 3 \times \frac{6}{25} = \frac{7}{25}$ 倍である.

したがって, 三角形 GHI の面積は三角形 ABC の $\frac{7}{16} \times \frac{7}{25} = \left(\frac{7}{20}\right)^2$ 倍であるから, 三角形 ABC と GHI の相似比は $1 : \frac{7}{20}$ であり, これより三角形 GHI の一辺の長さは $4 \times \frac{7}{20} = \frac{7}{5}$ である.

答： $\frac{7}{5}$ cm

第2回 スー1★ GP



模範解答

主催：北九州市教育委員会

問題 15（配点 4 点）

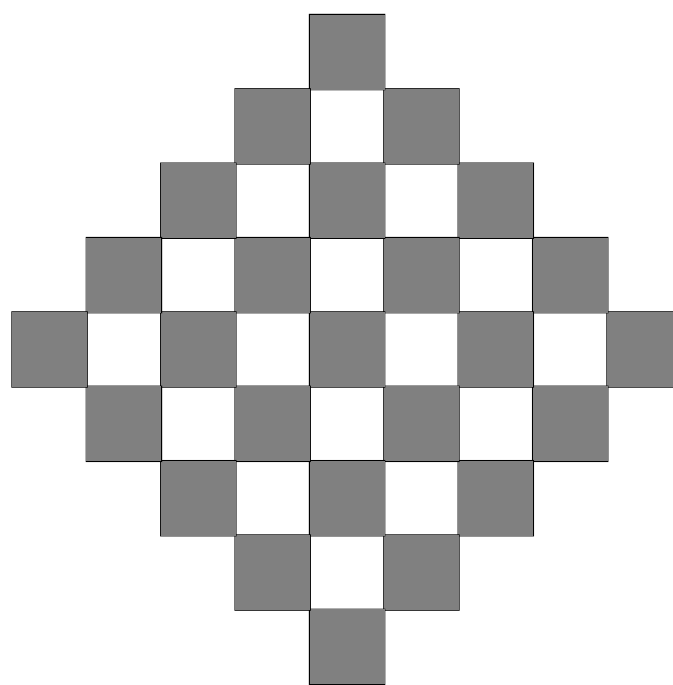
（解 1）

もとのチョコレートの形は、36 角形であり、どの内角も 90° か 270° である．チョコレートを長方形に分割する場合、この 36 角形の頂点はすべて、いずれかの長方形の頂点になっている必要がある．8 個以下の長方形の頂点は全部で $4 \times 8 = 32$ 個以下なので、8 個以下の長方形に分割するのは不可能である．

（解 2）

一番上のマスが黒になるように各マスを白黒で交互に塗ると、黒マスの方が 9 個多くなる．一方、マスにそった長方形の各マスを白黒で交互に塗ると、縦・横いずれかが偶数マスの場合は黒マスと白マスは同数になり、縦・横がともに奇数マスの場合は黒マスと白マスいずれかが 1 個だけ多くなる．

よって、もしチョコレートを 8 個以下の長方形に分割できたとすると、黒マスと白マスの個数の差は最大でも 8 個になり矛盾する．したがって、8 個以下の長方形に分割するのは不可能である．



（解 3）

図の A, B, C, D, E と書かれたマスに着目する．異なる文字は同じ長方形に含めることができない．同じ文字は 2 個または 4 個あるが、これを 1 つの長方形に含める場合、かならず中央のマス X を含むことになるので、A, B, C, D, E の 5 種の文字のうちそれができるのは 1 種の文字だけである．よって、分割後の長方形は、 $1 + 2 \times 4 = 9$ 個以上必要であり、8 個以下の長方形に分割するのは不可能である．

