

# 第3回 スー1★GP 問題用紙



## 【試験にあたっての注意事項】

### 1、下記の配付物の確認

#### ①問題用紙を確認する

- ・問題用紙は、この「注意事項」のページを含めて全部で8ページあります。
- ・問題は問1から問14までの全14問あります。

#### ②解答用紙を確認する

- ・解答用紙は、全5ページあります。
- ・各ページの右下に記載されている「チーム番号」と「チーム名」がネームカードに記されているものと合致するか確認してください。

#### ③メモ用紙を確認する

- ・メモ用紙は計5枚入っているか確認してください。

※①～③について、印刷不鮮明、ページ過不足等に気付いた場合は、手を挙げて試験官に知らせてください。

### 2、試験のルール・禁止事項

- 試験中に机の上に出してよいものは、シャープペンシル（鉛筆も可）、赤ペンまたは赤鉛筆、消しゴム、定規、コンパスのみとし、それ以外のものはカバンにしまってください。
- 図書の閲覧や携帯電話、スマートウォッチ等の外部との接続が可能な電子機器類の使用は禁止です。
- 試験中は許可なしに席を離れることはできません。もし気分が悪くなった時やトイレに行きたくなった場合は、手を挙げて試験官に知らせてください。
- 試験終了の合図があったら、速やかに筆記用具を机に置いてください。

### 3、試験の取り組み方について

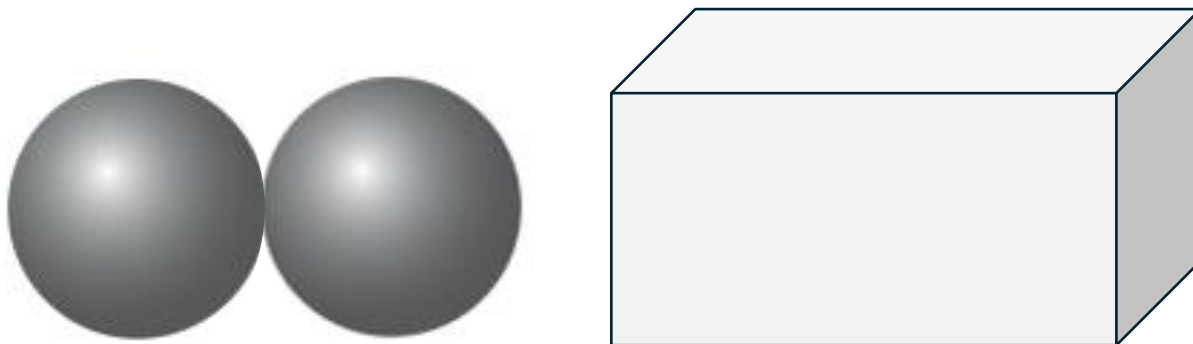
- チーム内のメンバーと話し合ったり分担したりして問題に取り組んでも構いません。  
また、一人当たりが取り組む問題数のバランスなどに決まりはありません。
- 解答はすべて解答用紙に記入してください。解答用紙以外は採点の対象となりません。
- メモ用紙は計算やメモなど必要に応じて自由に使用して構いません。
- 解答用紙、問題用紙、メモ用紙を留めているクリップは外しても構いません。

### 試験終了時のお願い

試験終了の合図があったら、筆記用具を置き、問題用紙（8枚）、メモ用紙（5枚）を用紙ごとにクリップで留めた上で封筒へ入れてください。解答用紙については、ページ順に並べ、クリップで留めたものを机の上に置いてください。試験官が回収するまで、席を離れずにお待ちください。

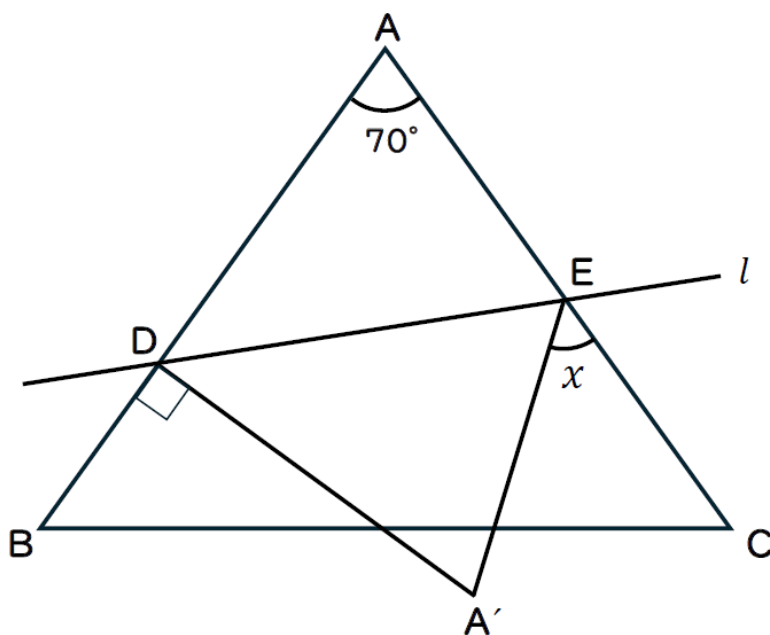
# 第3回 スー1★GP 問題用紙

問1. 直径 8 cm の球の形をしたボールを下の図のように2つくっつけて並べたものが,ぴったり入る直方体の形をした箱がある。この箱の体積を求めなさい。ただし,紙の厚さは考えないものとする。



問2.  $\triangle ABC$  は  $AB=AC$  である。辺  $AB$  上に点  $D$ , 辺  $AC$  上に点  $E$  をとり,  $DE$  を通る直線を  $l$  とする。

$\triangle ADE$  を直線  $l$  で下の図のように折り返すと  $\triangle A'DE$  ができた。 $\angle A'DB$  が直角のとき,  $\angle x$  の大きさを求めなさい。

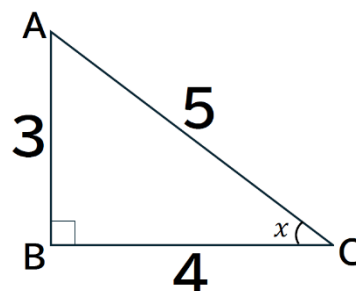


問3. 1 から 10 までの整数の逆数の和  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{9} + \frac{1}{10}$  を求め, 既約分数 (これ以上約分できない形の分数) で答えなさい。ただし, 既約分数になるとき, 分母は 2000 以上 3000 未満の整数となる。

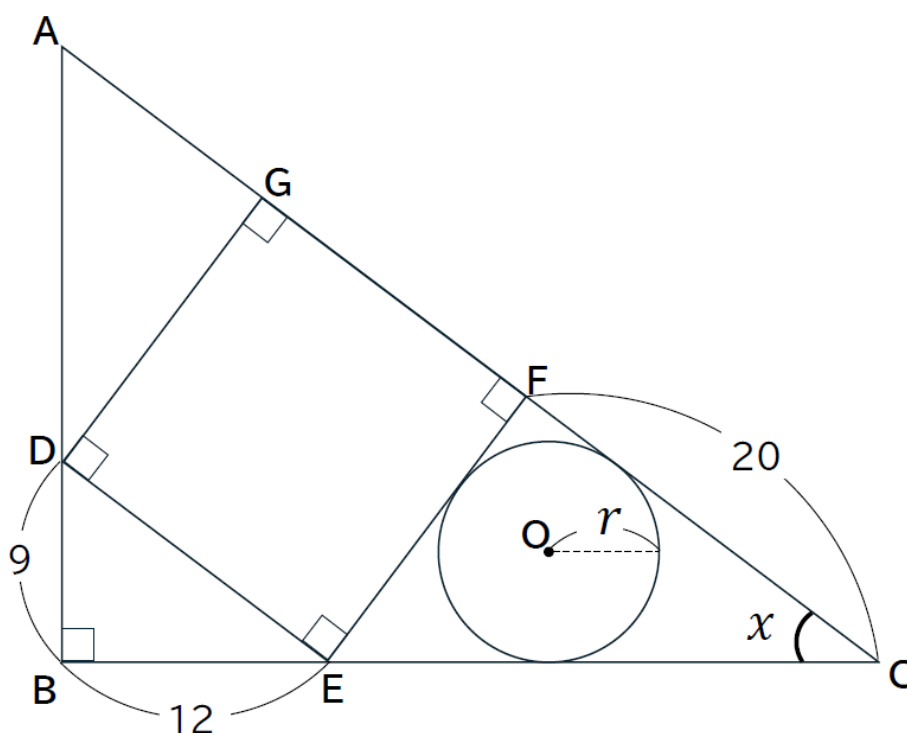
# 第3回 スー1★GP 問題用紙



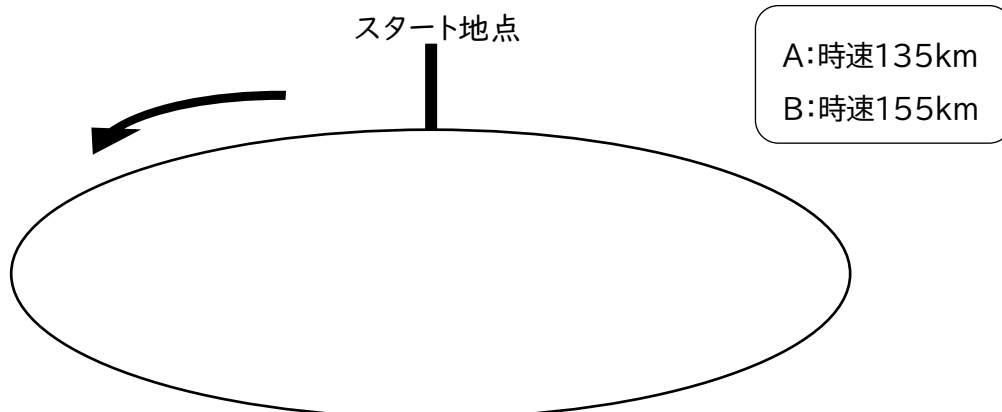
問4. 右の図のような $\angle B$ が直角の直角三角形ABCがある。 $\angle ACB = x$ のとき、辺の長さの比には関係があり、 $AB:BC:CA = 3:4:5$ となる。この性質を使って次の問題を解きなさい。



下の図のように、 $\angle B$  が直角、 $\angle ACB = x$  の直角三角形  $ABC$  がある。この中に正方形  $DEFG$  と直角三角形  $EFC$  に内接する円  $O$  がある。 $DB=9$ ,  $BE=12$ ,  $CF=20$  のとき、円  $O$  の半径  $r$  を求めなさい。

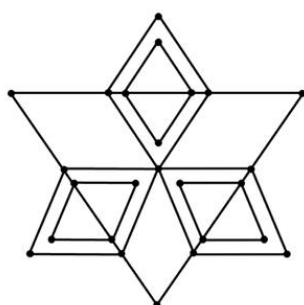


問5. あるサーキットで、2台の車 A, B が、同一地点から同時にスタートし、同一方向に A は時速135km, B は時速155kmで走り続けるとする。BがAを最初に追い越すのは何周目を走っているときか答えなさい。

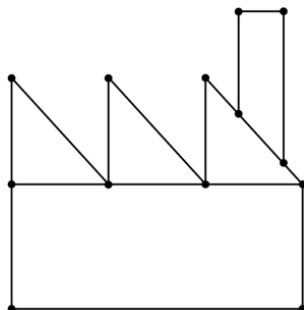


# 第3回 スー1★GP 問題用紙

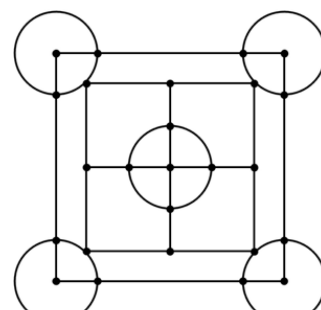
問6. 下の図(ア)～(オ)のうち、一筆書きできるものをすべて答えなさい。ここで、ある図が一筆書きできるとは、「ペンを紙からはなさずに、図にあるすべての線をちょうど1回ずつ通ることができる」ことをいう。ただし、線が交わる交点は何度でも通ることができる。なお、以下の各図の黒丸は交点を表している。



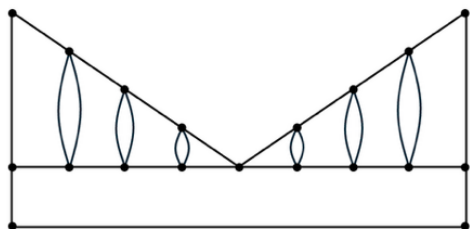
(ア)



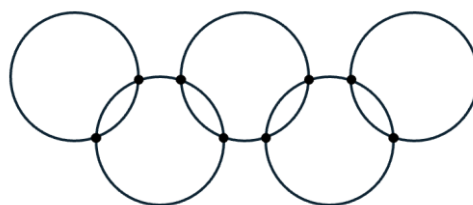
(イ)



(ウ)



(エ)



(オ)

問7. 百の位の数字が $a$ 、十の位の数字が $b$ 、一の位の数字が $c$ の3桁の整数がある。この整数を2回繰り返して6桁の整数を作ると、この6桁の整数は $a, b, c$ の値に関係なく、常にある3つの素数で割り切れる。この3つの素数を求めなさい。

【例】3桁の整数を「123(ひゃくにじゅうさん)」とすると、繰り返した6桁の整数は

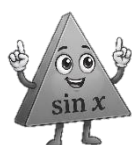
「123123(じゅうにまんさんぜんひゃくにじゅうさん)」となる。

# 第3回 スー1★GP 問題用紙

問8. A, B, Cの3つのキャラクターで人気投票を行った。投票はそれぞれのキャラクターに1位から3位までの順位をつけて回答してもらう方法を採用した。以下はその結果をまとめた表である。

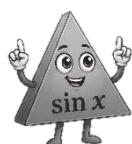
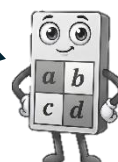
	6人	□人	2人
1位	A	B	C
2位	B	C	A
3位	C	A	B

表について、次のような会話があった。会話の内容に当てはまるように□に入る人数を求めなさい。



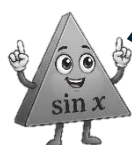
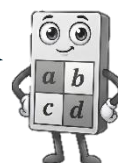
キャラクターを2つずつペアを作って、多数決で比べてみよう。

まずAとBを比べると、Aを上位の順位にした人数は... 1位から順にA, B, Cと回答した人が6人。そしてC, A, Bと回答した人が2人だから、計8人だね。これはB, C, Aと回答した人よりも多いね。



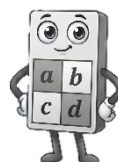
BとCを比べると、Bを上位の順位にして回答した人が多いよ。これはC, A, Bと回答した人が2人しかいないことから明らかだね。

CとAを比べると、Cを上位の順位にして回答した人が多いね。



すると...AはBより人気があり、BはCより人気があり、CはAより人気があることになるから... 困ったな。どのキャラクターが最も人気かは、この方法では決められないのかな...

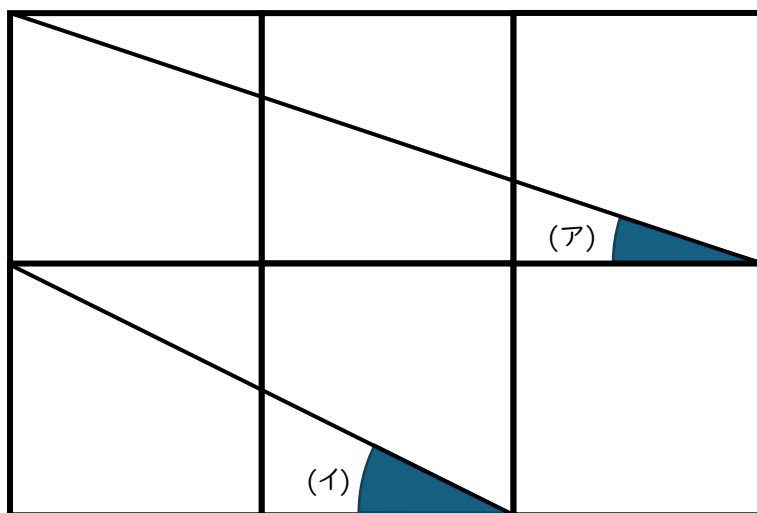
うーん... キャラクター同士の勝ち負けだけでなく、勝ち方にも注目してみようか... 大きく差がついた所は差が小さい所よりもはっきりと人気を反映しているはず。あ、CとAを比べると、Cを上位の順位にした人が確かに多いけれど、その差は他の2つの場合よりも小さいね。



CとAの人気はそこまで差がないのかもしれない。この部分を無視してみると、AはBより人気で、BはCより人気ということになり...Aが最も人気なキャラクターということになるね。

# 第3回 スー1★GP 問題用紙

問9. 同じ大きさの正方形でできたマス目に、下の図のとおり線分をひき、マス目の線とひいた線分の間にできた角をそれぞれ(ア)と(イ)とする。このとき、(ア)と(イ)の角の大きさの和を求めなさい。

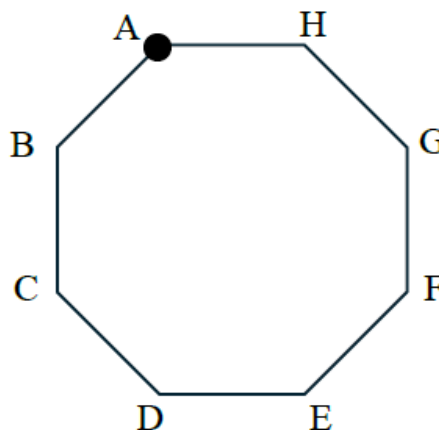


問10. 古代ギリシャの数学者アルキメデスは、円周率  $\pi$  に近い分数をいくつか知っていたと言われている。

$a, b, c$  を 1 から 9 までの数字とし、円周率  $\pi$  に最も近い  $\frac{bc}{a}$  の形の分数を作りなさい。ただし、円周率  $\pi$  と分数  $\frac{bc}{a}$  との大小関係は問わない。

問11. 半径 2 の円周上に 8 個の点を取り、正八角形 ABCDEFGH を作る。点 A の他に 2 個の点を選んで三角形を作るとき、最も面積が大きくなる三角形を解  
 答用紙に一つかきなさい。

さらに、この三角形の面積を求めなさい。ただし、一辺の長さが 2 で、一つの角の大きさが  $45^\circ$  であるひし形の面積は 2.8 として求めなさい。



# 第3回 スー1★GP 問題用紙

問12, 13は, 答えだけでなく, 途中の考え方や式も記述してください。  
 答えがあっても, 記述内容に部分点が与えられる場合があります。

問12. かけ算九九表において, 九九表中の数の「一の位の数字」は, 右上から左下にかけての対角線を対称の軸として, 線対称である。例えば  $3 \times 4 = 12$  と  $6 \times 7 = 42$  において, 一の位の数字はいずれも2である。このことが成立する理由を, 文字式を用いて説明しなさい。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

【ヒント】文字式は分配法則を繰り返し用いることで以下のように変形できる。

$$(a + b)(c + d) = a(c + d) + b(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

問13. 1から9までの数字から異なる3つの数字を選び, その3つの数字で3桁の整数を作る。最大の整数から最小の整数をひく。そしてできた整数にある3つの数字を使ってできる最大の整数から最小の整数をひく。

これを繰り返す。例えば 1, 2, 3 を選んだ場合, 321 が最大で, 123 が最小であるので,

$$321 - 123 = 198 \Rightarrow 981 - 189 = 792 \Rightarrow 972 - 279 = 693 \Rightarrow 963 - 369 = 594 \Rightarrow 954 - 459 = 495$$

この様に 4, 5, 9 の数字の組になると, 同じ計算の繰り返しになる。どのような3つの数字の組を選んでも, 同じ操作を繰り返すと何回目かには 4, 5, 9 の数字の組になる。このことを証明しなさい。

# 第3回 スー1★GP 問題用紙



問14. 下の図に記された円 O の面積を3等分する線を, 解答用紙に赤色(赤ペンまたは赤鉛筆)で記入しなさい。ただし, 作図の過程がわかるように, 作図で用いる補助線は黒の鉛筆またはシャープペンシルで記入し, 消さずに残すこと。作図に使用できる道具は筆記用具, 定規及びコンパスのみとし, 記入する線の本数は自由とする。

